MATRIKS

A. Pengertian Matriks

1. Pengertian Matriks dan Ordo Matriks

Perhatikan tabel yang memuat data jumlah siswa di suatu sekolah

Tabel Jumlah Siswa

Kelas	Laki-laki	Wanita
I	240	180
II	220	210
III	205	205

Dari tabel di atas, bila diambil angka-angkanya saja dan ditulis dalam tanda kurung buka dan kurung tutup , bentuknya menjadi $\begin{bmatrix} 240 & 180 \\ 220 & 210 \\ 205 & 205 \end{bmatrix}$.

Bentuk sederhana inilah yang kita sebut sebagai matriks.

Pengertian Matriks: Susunan bilangan (elemen) yang disusun menurut baris dan kolom sehingga berbentuk persegipanjang. (Tumisah, 2002:hal 150)

Matriks dinotasikan dengan huruf kapital A, B, K, dan sebagainya.

Banyaknya baris dan banyaknya kolom suatu matriks menentukan ukuran dari matriks tersebut. yang disebut ordo matriks

Secara umum, matriks $A_{mxn} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$

Perhatikan bahwa elemen matriks A tersebut berindeks rangkap, misalnya a_{23} menyatakan elemen matriks A pada baris ke-2 dan kolom ke-3, sedangkan matriks A berordo m X n dan ditulis A_{mxn}

2. Jenis-jenis Matriks

Berdasarkan ordonya terdapat jenis matriks, sbb :

a. Matrik bujursangkar/persegi yaitu matriks berordo n x n atau banyaknya baris sama dengan banyaknya kolom disebut juga sebagai matriks persegi berordo n.

Contoh: $B_{2x2} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 6 & 12 \end{bmatrix}$, maka 1 dan 12 dikatakan berada pada diagonal utama B.

b. Matriks baris yaitu matriks berordo 1 x n atau hanya memiliki satu baris.

Contoh: $C_{1x3} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$

c. Matriks kolom yaitu matriks yang hanya memiliki satu kolom

Contoh: $E_{2x1} = \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix}$

d. Matriks tegak yaitu matriks berordo m x n dengan m>n

Contoh: $A = \begin{bmatrix} 6 & 8 \\ 4 & 1 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$, A berordo 3 X 2 sehingga matriks A tampak tegak

e. Matriks datar yaitu matriks berordo m x n dengan m<n

Contoh: $F = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 4 & 6 & 10 \end{bmatrix}$, F berordo 2 X 3 sehingga matriks F tampak datar

Berdasarkan elemen-elemen penyusunnya terdapat jenis matriks, sbb :

a. Matriks nol yaitu matriks yang semua elemen penyusunnya adalah nol dan dinotasikan sebagai O.

Contoh: $O_{1x3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $O_{2x2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

b. Matriks diagonal yaitu matriks persegi yang semua elemen diatas dan dibawah diagonalnya adalah nol dan dinotasikan sebagai D.

Contoh: $D_{3x3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

c. Matriks skalar yaitu matriks diagonal yang semua elemen pada diagonalnya sama.

Contoh: $D_{4x4} = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$

d. Matriks simetri yaitu matriks persegi, yang setiap elemennya, selain elemen diagonal, adalah simetri terhadap diagonal utama.

Contoh: $F_{2x2} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$

e. Matriks simetri miring yaitu matriks simetri yang elemen-elemennya, selain elemen diagonal, saling berlawanan.

Contoh: $G_{3x3} = \begin{bmatrix} 0 & 5 & -7 \\ -5 & 0 & -2 \\ 7 & 2 & 0 \end{bmatrix}$

f. Matriks Identitas/satuan yaitu matriks diagonal yang semua elemen pada diagonal utamanya adalah 1 dan dinotasikan sebagai I.

Contoh: $I_{2x2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

g. Matriks segitiga atas yaitu matriks persegi yang elemen-elemen di bawah diagonal utamanya adalah nol.

Contoh: $G_{3x3} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$

h. Matriks segitiga bawah yaitu matriks persegi yang elemen-elemen di atas diagonal utamanya adalah nol.

Contoh: $H_{3x3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 6 & 2 & 0 \\ 4 & 9 & 6 \end{bmatrix}$

i. Matriks transpose yaitu matriks yang diperoleh dari memindahkan elemen-elemen baris menjadi elemen pada kolom atau sebaliknya. Transpose matriks A dilambangkan dengan A^T

Contoh: $A_{3x2} = \begin{bmatrix} 6 & 8 \\ 4 & 1 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$, maka $A^T = \begin{bmatrix} 6 & 4 & 7 \\ 8 & 1 & 3 \end{bmatrix}$, perhatikan bahwa ordo dari A^T adalah 2 X 3.

3. Kesamaan Matriks

Dua buah matriks atau lebih dikatakan sama bila dan hanya bila mempunyai ordo sama dan elemen-elemen yang seletak juga sama.

<u>Contoh</u>: $A_{2x3} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & 6 & 8 \end{bmatrix}$, $B_{2x3} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & 6 & 8 \end{bmatrix}$ maka A = B

Perhatikan bahwa $C_{2x3} = \begin{bmatrix} 2 & 8 & 4 \\ 4 & 6 & 3 \end{bmatrix}$ dan $C_{2x3} \neq A_{2x3}$ karena ada elemennya yang seletak dan nilainya tidak sama. Perhatikan juga bahwa $D = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 6 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}$ dan $D \neq A$ karena ordo kedua matriks tersebut tidak sama.

B. Operasi Matriks dan Sifat-sifatnya

1. Penjumlahan dan Pengurangan Dua Matriks

Untuk menjelaskan operasi penjumlahan dan pengurangan pada matriks, perhatikan tabel peminjam buku dibedakan atas jenis program keahlian siswa berikut :.

Tabel Siswa program keahlian Akuntansi

Jenis Buku	Peminjam	
	Laki-laki	Wanita
Fiksi	47	65
Non Fiksi	42	36

(Tabel 1)

Tabel Siswa program keahlian Perkantoran

Jenis Buku	Peminjam	
	Laki-laki	Wanita
Fiksi	21	27
Non Fiksi	53	25

(Tabel 2)

Pertanyaan: Berapakah jumlah siswa laki-laki yang meminjam buku kategori fiksi dan jumlah siswa wanita yang meminjam buku kategori non fiksi dari kedua program keahlian tersebut ?

Jawab: Dengan mudah kita bisa menjawab pertanyaan tersebut dengan melihat isi tabel yang bersesuaian dan menjumlahkannya. Hasil penjumlahan disajikan dalam tabel berikut :

Tabel Siswa program keahlian Akuntansi dan Perkantoran

Jenis Buku	Peminjam	
	Laki-laki	Wanita
Fiksi	47+21=68	65+27=92
Non Fiksi	42+53=95	36+25=61

(Tabel 3)

Jadi jumlah siswa laki-laki yang meminjam buku jenis fiksi dari kedua program keahlian itu sebanyak 68 orang dan jumlah siswi yang meminjam buku jenis non fiksi dari kedua program keahlian itu sebanyak 61 orang.

Pengertian penjumlahan matriks : Jika A + B = C, maka elemen-elemen C diperoleh dari penjumlahan elemen-elemen A dan B yang seletak, yaitu $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$ untuk elemen C pada baris ke-i dan kolom ke-j. Akibatnya, matriks A dan B dapat dijumlahkan apabila kedua matriks memiliki ordo yang sama.

Contoh: $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$ maka $A + B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 6 & 8 \\ 10 & 12 \end{bmatrix} = C$$

Sifat-sifat penjumlahan matriks :

1. A+B = B+A (hukum komutatif untuk penjumlahan)
2. A+(B+C) = (A+B)+C (hukum asosiatif untuk penjumlahan)
3. A+O = O+A = A
4. $(A+B)^T = A^T + B^T$
5. Ada matriks B sedemikian sehingga A + B = B + A = 0 yaitu B = - A

Untuk menjelaskan operasi pengurangan matriks, perhatikan soal berikut :

Udin seorang pekerja bangunan, ia dan teman-temannya sedang membangun sebuah rumah tinggal. Pada pengecatan pertama, rumah itu menghabiskan beberapa kaleng cat tembok dan cat kayu yang disajikan pada tabel berikut ini:

Tabel Pengecatan ke-1

Jenis Cat / Jenis Warna	Cat tembok	Cat kayu
Warna putih	6	3
Warna biru	4	3

Pak mandor memperkirakan untuk mengecat rumah itu sampai selesai memerlukan sejumlah cat kayu dan cat tembok yang dituliskannya pada tabel berikut ini: (tiap kalengnya dalam satuan yang sama dengan tabel di atas)

Tabel Pak Mandor

Jenis Cat / Jenis Warna	Cat tembok	Cat kayu
Warna putih	21	8
Warna biru	11	6

Pak mandor menyuruh Udin ke toko untuk membeli lagi cat tembok dan cat kayu agar pada pengecatan kedua rumah itu dapat diselesaikan. Berapa kaleng cat tembok dan cat kayu yang harus dibeli Udin untuk masing-masing warna tersebut?

<u>Jawab</u>:

Untuk mengetahui kekurangan cat tembok dan cat kayu masing-masing warnanya, dapat dihitung dengan jalan: tabel pak mandor dikurangi dengan tabel pengecatan pertama yaitu dengan mengurangi tiap jenis cat dan warna yang bersesuaian letaknya.

tabel cat yang harus dibeli Udin

Jenis Cat / Jenis Warna	Cat tembok	Cat kayu
Warna putih	21-6=15	8-3=5
Warna biru	11-4=7	6-3=3

Pengertian pengurangan matriks : Jika A–B = C, maka elemen-elemen C diperoleh dari pengurangan elemen-elemen A dan B yang seletak, yaitu $c_{ij} = a_{ij} - b_{ij}$ atau pengurangan dua matriks ini dapat dipandang sebagai penjumlahan, yaitu A + (-B)

Contoh: $A = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 6 & 9 \\ 7 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

$$A-B = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 6 & 9 \\ 7 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 5 \\ 6 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\text{atau } A-B = A+(-B) = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 6 & 9 \\ 7 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 & -6 \\ -5 & -4 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 5 \\ 6 & -2 \end{bmatrix}$$

2. Perkalian Matriks dengan Bilangan Real (Skalar)

Matriks A dikalikan dengan suatu bilangan real k maka kA diperoleh dari hasilkali setiap elemen A dengan k.

Contoh: $P = \begin{bmatrix} 3 & 8 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$ maka $4P = 4 \begin{bmatrix} 3 & 8 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 32 \\ 20 & 4 \end{bmatrix}$

Jika a dan b bilangan real dan B, C dua matriks dengan ordo sedemikian hingga dapat dilakukan operasi hitung berikut, maka berlaku sifat-sifat perkalian matriks dengan skalar :

1) $a(B+C)=aB+aC$

2) $a(B-C) = aB-aC$

3) $(a+b)C = aC+bC$

4) $(a-b)C = aC-bC$

5) $(ab)C = a(bC)$

6) $(aB)^T = aB^T$

3. Perkalian Dua Matriks

Dua matriks AB dapat dikalikan bila dan hanya bila jumlah kolom matriks A sama dengan jumlah baris matriks B. Jadi $A_{mxn} B_{nxp}$ bisa didefinisikan, tapi $B_{nxp} A_{mxn}$ tidak dapat didefinisikan.

$$\underset{mxn}{A} \qquad\qquad \underset{nxp}{B} \qquad = \qquad \underset{mxp}{AB}$$

Perhatikan bahwa hasil kali matriks AB berordo mxp

Elemen-elemen dari AB diperoleh dari hasil kali setiap baris pada matriks A dengan setiap kolom pada matriks B, kemudian dijumlahkan menjadi satu elemen.

Untuk lebih jelasnya, berikut ini diberikan contoh- contoh perkalian matriks dengan matriks.

<u>Contoh perkalian matriks 1xp dengan matriks px1</u> :

$$B = \begin{bmatrix} 6 & 8 & 7 \end{bmatrix} \text{ dan } C = \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \\ 2 \end{bmatrix},\ B_{1x3}\, C_{3x1} = \begin{bmatrix} (6x4) + (8x7) + (7x2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 94 \end{bmatrix}$$

<u>Contoh perkalian matriks px1 dengan matriks 1xp</u>:

$$A = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix} \text{ dan } B = \begin{bmatrix} 6 & 8 & 7 \end{bmatrix},\ A_{3x1} B_{1x3} = \begin{bmatrix} 2x6 & 2x8 & 2x7 \\ 5x6 & 5x8 & 5x7 \\ 4x6 & 4x8 & 4x7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 16 & 14 \\ 30 & 40 & 35 \\ 24 & 32 & 28 \end{bmatrix}$$

Hasilkalinya merupakan suatu matriks berordo 3X3.

Contoh perkalian matriks mxn dengan matriks nxp:

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$

$A_{2x2}\,B_{2x3} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$

$AB = \begin{bmatrix} (1x1)+(2x0) & (1x0)+(2x2) & (1x1)+(2x0) \\ (3x1)+(4x0) & (3x0)+(4x2) & (3x1)+(4x0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 3 & 8 & 3 \end{bmatrix}$

Perhatikan hal-hal berikut ini :

1) Pada umumnya $AB \neq BA$ (tidak komutatif)
2) Apabila A suatu matriks persegi maka : $A^2 = A.A$; $A^3 = A^2 .A$:

   $A^4 = A^3 . A$ dan seterusnya
3) Apabila AB = Bc maka tidak dapat disimpulkan bahwa B = C (tidak berlaku sifat penghapusan)
4) Apabila AB = 0 maka tidak dapat disimpulkan bahwa A=0 atau B =0

Sifat-sifat perkalian matriks dengan matriks :

1) A(BC) = (AB)C
2) A(B+C) = AB + AC
3) (B+C)A = BA + CA
4) A(B–C) = AB–AC
5) (B–C)A = BA–CA
6) a(BC) = (aB)C = B(aC)
7) AI = IA = A

C. Determinan Matriks

Untuk setiap matriks persegi terdapat suatu bilangan tertentu yang disebut determinan.

Pengertian Determinan matriks adalah jumlah semua hasil perkalian elementer yang bertanda dari A dan dinyatakan dengan det(A).

(Howard Anton, 1991 : hal 67)

Yang diartikan dengan sebuah hasil perkalian elementer bertanda dari suatu matriks A adalah sebuah hasil perkalian elementer pada suatu kolom dengan +1 atau -1. Untuk lebih jelasnya, berikut ini diuraikan cara mencari determinan matriks berordo 2x2 dan matriks berordo 3x3.

1. Determinan matriks berordo 2 X 2

Jika matriks A = $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ maka det (A) = $|A|$ = $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ = ad−bc

Sebagai pengingat ketentuan di atas diperoleh dari $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

<u>Contoh</u>: P = $\begin{bmatrix} 8 & 4 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, maka det(P) = $|P|$ = $\begin{vmatrix} 8 & 4 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$ = (8x4)-(4x3) = 20

2. Determinan matriks berordo 3 X 3

Untuk mencari determinan matriks berordo 3 X 3 dapat digunakan dua metode, sebagai berikut :

a. Metode Sarrus

Jika matriks B = $\begin{bmatrix} p & q & r \\ s & t & u \\ v & w & x \end{bmatrix}$

maka det(B) = $|B|$ = $\begin{vmatrix} p & q & r \\ s & t & u \\ v & w & x \end{vmatrix}$ = ptx + quv +rsw – rtv – qsx-puw

Sebagai pengingat ketentuan di atas diperoleh dari

$$\left[\begin{matrix} p & q & r \\ s & t & u \\ v & w & x \end{matrix}\right.\left|\begin{matrix} p & q \\ s & t \\ v & w \end{matrix}\right.$$

Perlu diperhatikan bahwa cara demikian **tidak berlaku** bila matriks berordo 4x4 dan yang lebih tinggi lagi.

<u>Contoh</u>: Q = $\begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 1 & 3 & 5 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$, maka det(Q) = $|Q|$ adalah

$\begin{vmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 1 & 3 & 5 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = \left[\begin{matrix} 2 & 4 & 6 \\ 1 & 3 & 5 \\ 7 & 8 & 9 \end{matrix}\right.\left|\begin{matrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \\ 7 & 8 \end{matrix}\right.$ = (2x3x9)+(4x5x7)+(6x1x8)-(6x3x7)-

(2x5x8)-(4x1x9) = 242-242 = 0

b. Metode Kofaktor

Terlebih dahulu siswa dijelaskan tentang sub matriks atau minor dari suatu matriks. Minor suatu matriks A dilambangkan dengan M_{ij} adalah matriks bagian dari A yang diperoleh dengan cara menghilangkan elemen-elemennya pada baris ke-i dan elemen-elemen pada kolom ke-j.

<u>Contoh</u>: Q = $\begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 1 & 3 & 5 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$, maka M_{11} = $\begin{bmatrix} \cancel{2} & \cancel{4} & \cancel{6} \\ \cancel{1} & 3 & 5 \\ \cancel{7} & 8 & 9 \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 8 & 9 \end{bmatrix}$

$$M_{12} = \begin{bmatrix} \cancel{2} & \cancel{4} & \cancel{6} \\ 1 & \cancel{3} & 5 \\ 7 & \cancel{8} & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}, \quad M_{13} = \begin{bmatrix} \cancel{2} & \cancel{4} & \cancel{6} \\ 1 & 3 & \cancel{5} \\ 7 & 8 & \cancel{9} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$$

M_{11}, M_{12} dan M_{13} merupakan submatriks hasil ekspansi baris ke-1 dari matriks Q.

Kofaktor suatu elemen baris ke-i dan kolom ke-j dari matriks A dilambangkan dengan $K_{ij} = (-1)^{i+j} \left|M_{ij}\right| = (-1)^{i+j} \det(M_{ij})$

Untuk mencari det(A) dengan metode kofaktor cukup mengambil satu ekspansi saja misal ekspansi baris ke-1

<u>Contoh</u>: $Q = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 1 & 3 & 5 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$, untuk mendapatkan det(Q) dengan metode kofaktor adalah mencari terlebih dahulu determinan-determinan minornya yang diperoleh dari ekspansi baris ke-1 diatas, yaitu $\det(M_{11})=-13$, $\det(M_{12})=-26$ dan $\det(M_{13})=-13$, maka :

$$\begin{aligned} |Q| &= q_{11}.k_{11} + q_{12}.k_{12} + q_{13}.k_{13} \\ &= q_{11}.(-1)^{1+1}\det(M_{11}) + q_{12}(-1)^{1+2}\det(M_{12}) + q_{13}(-1)^{1+3}\det(M_{13}) \\ &= 2.13 - 4.26 + 6.13 = 0 \end{aligned}$$

3. Adjoin Matriks

Adjoin matriks A adalah transpose dari kofaktor-kofaktor matriks tersebut, dilambangkan dengan adj A = $(k_{ij})^t$

Contoh: Q = $\begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 1 & 3 & 5 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$ telah diketahui dari hitungan sebelumnya bahwa k_{11}=13, k_{12}=–26 dan k_{13}=13 sekarang kita hanya mencari kofaktor dari ekspansi baris ke-2 dan ekspansi baris ke-3, yaitu :

$k_{21}=(-1)^{2+1}\begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix}=-12$, $k_{22}=(-1)^{2+2}\begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix}=24$, $k_{23}=(-1)^{2+3}\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 7 & 8 \end{vmatrix}=-12$

$k_{31}=(-1)^{3+1}\begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 3 & 5 \end{vmatrix}=2$, $k_{32}=(-1)^{3+2}\begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 5 \end{vmatrix}=-4$, $k_{33}=(-1)^{3+3}\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}=2$

$$\text{Adj A} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{21} & k_{31} \\ k_{12} & k_{22} & k_{32} \\ k_{13} & k_{23} & k_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 & -12 & 2 \\ -26 & 24 & -4 \\ 13 & -12 & 2 \end{bmatrix}$$

D. Invers Matriks

Matrks-matriks persegi A dan B sedemikian hingga AB = BA = I maka A disebut insvers B ditulis B^{-1} dan sebaliknya B adalah invers A ditulis A^{-1} sehingga berlaku $AA^{-1} = A^{-1}A = I$, dimana I matriks identitas.

Invers matriks A dirumuskan $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)}.\text{Adj}(A)$

1. Invers matriks berordo 2x2

Jika A = $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, maka $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

Contoh: A=$\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$, tentukan A^{-1} !

Jawab: det(A) = (5x2) – (3x3) = 1